

Șerban Leoca

# ADMITERE LA DREPT

Soluțiile unor probleme propuse la admitere, nivel licență,  
la proba scrisă de raționament logic  
la Facultatea de Drept a Universității Babeș-Bolyai  
în anii 2015–2019 și 2021–2024

**Cuprins**

Prefață	5
Introducere	7
Propoziții logice	9
Propoziții categorice	20
Observații. Notății	30
2015	
Iulie	31
Septembrie	45
2016	
Iulie	59
Septembrie	73
2017	
Iulie	85
Septembrie	99
2018	
Iulie	111
Septembrie	123
2019	
Iulie	135
Septembrie	147
2021	
Iulie	159
Septembrie	175
2022	
Iulie	193
2023	
Iulie	215
2024	
Iulie	253
Răspunsuri	275
Bibliografie	277

## PROPOZIȚII LOGICE

**Propozițiile** pe care le luăm în considerare sunt expresii care pot fi adevărate sau false.

Exemple:

**Propoziții adevărate:** *Afară plouă, Câinele latră, Zăpada e albă,  $1 + 1 = 2$ .*

**Propoziții false:** *Înăuntru plouă, Pisica latră, Cărbunele e alb,  $1 + 1 = 3$ .*

Nu sunt propoziții expresii care nu pot fi adevărate sau false, ca de exemplu: *Zăpada albă, Cât e ceasul?, Sărmanul Dionis, Vail, 1+1.*

Propozițiile logice nu coincid întotdeauna cu propozițiile gramaticale. De exemplu, expresia *Prietenii cu care mă întâlnesc se pregătesc să plece la mare* este o singură propoziție din punct de vedere logic, deși, din punct de vedere gramatical, este o frază compusă din mai multe propoziții.

Toate propozițiile din exemplele de mai sus sunt propoziții (logice) simple. Cu ajutorul conectorilor logici (despre care vom vorbi mai jos) putem forma propoziții compuse.

### Valori de adevăr

În cele ce urmează, vom nota în mod convențional adevărul cu 1 și falsul cu 0. Adevărul și falsul, 0 și 1, se numesc valori de adevăr. Propozițiilor logice li se atribuie valori de adevăr. Valoarea de adevăr a propoziției *Zăpada e albă* este 1 (adevărat). Valoarea de adevăr a propoziției *Cărbunele este alb* este 0 (fals).

Valoarea de adevăr a propozițiilor compuse este dependentă de valoarea de adevăr a propozițiilor componente și de conectorii cu ajutorul cărora sunt formate.

### Conectorii logici

#### Negația

*Nu plouă* este negația propoziției *Plouă*.

*Câinele nu latră* este negația propoziției *Câinele latră*.

Formal, negația propoziției P se notează  $\neg P$ . Dacă o propoziție P e adevărată (1), negația ei  $\neg P$  e falsă (0). Dacă o propoziție P e falsă (0), negația ei  $\neg P$  e adevărată (1).

P	$\neg P$
1	0
0	1

#### Conjunția

*Cerul e albastru și soarele strălucește* este conjunția propoziției *Cerul e albastru* cu propoziția *Soarele strălucește*.

*Câinele nu latră și pisica nu toarce* este conjunția propoziției *Câinele nu latră* cu propoziția *Pisica nu toarce*.

Formal, conjunția propozițiilor P și Q se notează P & Q. Conjunția P & Q este adevărată (1) dacă și numai dacă ambele propoziții P și Q sunt adevărate (1). Dacă unul din conjuncte e fals (0), întreaga conjuncție P & Q e falsă (0).

P	Q	P & Q
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

## Disjuncția

*Plouă sau ninge* este disjuncția propoziției *Plouă* cu propoziția *Ninge*.

*Călătoresc cu automobilul sau călătoresc cu trenul* este disjuncția propoziției *Călătoresc cu automobilul* cu propoziția *Călătoresc cu trenul*.

Formal, disjuncția propozițiilor P și Q se notează  $P \vee Q$ . Disjuncția  $P \vee Q$  este adevărată (1) dacă și numai dacă cel puțin unul din disjuncții P și Q este adevărat (1) sau dacă ambii sunt adevărați (1). Dacă ambii disjuncți sunt falși (0), întreaga disjuncție  $P \vee Q$  e falsă (0).

P	Q	$P \vee Q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

## Implicația

*Dacă plouă atunci îmi iau umbrela* este propoziția compusă care exprimă faptul că antecedentul *Plouă* implică consecventul *Îmi iau umbrela*.

*Dacă merg la mare atunci înot* este propoziția compusă care exprimă faptul că antecedentul *Merg la mare* implică consecventul *Înot*.

Formal, implicația cu antecedent P și consecvent Q se notează  $P \rightarrow Q$ . Implicația este falsă (0) dacă și numai dacă antecedentul P e adevărat (1) și consecventul Q e fals (0). În toate celelalte cazuri implicația e adevărată.

P	Q	$P \rightarrow Q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Implicația are caracteristici care sunt, cel puțin la prima vedere, contraintuitive.

Prima linie a tabelului de adevăr de mai sus ne spune că dacă atât antecedentul P cât și consecventul Q sunt ambele adevărate (1), atunci implicația  $P \rightarrow Q$  este adevărată (1). Ceea ce pare natural în cazul exemplelor noastre de mai sus – dacă plouă atunci îmi iau umbrela. Problema este că definiția implicației nu impune nicio altă condiție decât aceea a valorilor de adevăr – nicio altă relație între antecedent și consecvent – ceea ce conduce la cazuri ciudate. De pildă, propoziția  $1 + 1 = 2$  este adevărată (1). De asemenea, propoziția *Paris este capitala Franței* este adevărată (1). În aceste condiții, implicația *Dacă  $1 + 1 = 2$  atunci Paris este capitala Franței* este adevărată (1).

În linia a treia a tabelului de adevăr al implicației ni se spune că falsul (0) implică adevărul (1). De exemplu, implicația *Dacă  $1 + 1 = 3$  atunci Paris este capitala Franței* este adevărată (1), pentru că antecedentul  $1 + 1 = 3$  e fals (0), iar consecventul *Paris este capitala Franței* este adevărat (1).

Regula este:

- **Adevărul este implicat de orice:** dacă consecventul  $Q$  e adevărat (1), atunci implicația  $P \rightarrow Q$  este adevărată (1), indiferent dacă antecedentul este adevărat (1) sau fals (0) (liniile 1 și 3 din tabel).
- **Falsul implică orice:** dacă antecedentul  $P$  e fals (0), atunci implicația  $P \rightarrow Q$  este adevărată (1), indiferent dacă consecventul este adevărat (1) sau fals (0) (liniile 3 și 4 din tabel).

**Observație importantă** (formalizarea implicațiilor).

Propozițiile:

- *Dacă  $P$  atunci  $Q$*  (Dacă iau examenul merg la mare)
- *$Q$  dacă  $P$*  (Merg la mare dacă iau examenul)

se scriu formal  $P \rightarrow Q$ .

Propozițiile:

- *Numai dacă  $P$  atunci  $Q$*  (Numai dacă iau examenul merg la mare)
- *$Q$  numai dacă  $P$*  (Merg la mare numai dacă iau examenul)

se scriu formal  $Q \rightarrow P$  (atenție la direcția implicației!).

În sfârșit, propoziția:

- *$P$  dacă și numai dacă  $Q$*  (Merg la mare dacă și numai dacă iau examenul)

se scrie formal  $P \leftrightarrow Q$  (echivalență) și este tratată mai jos.

### Echivalența

$2 + 3 = 5$  **dacă și numai dacă**  $3 + 2 = 5$  este propoziția compusă care exprimă echivalența propozițiilor  $2 + 3 = 5$  și  $3 + 2 = 5$ .

$2 + 3 = 6$  **dacă și numai dacă**  $3 + 2 = 6$  este propoziția compusă care exprimă echivalența propozițiilor  $2 + 3 = 6$  și  $3 + 2 = 6$ .

Formal, echivalența propozițiilor  $P$  și  $Q$  se notează  $P \leftrightarrow Q$ . Echivalența  $P \leftrightarrow Q$  este adevărată (1) dacă și numai dacă propozițiile  $P$  și  $Q$  sunt fie ambele adevărate (1) fie ambele false (0). Dacă doar una din propoziții este adevărată (1) iar cealaltă e falsă (0), atunci echivalența e falsă (0).

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

### Consecințe logice

Dacă una sau mai multe propoziții sunt adevărate, atunci anumite propoziții sunt în mod necesar adevărate. „În mod necesar adevărate” înseamnă că nu pot fi altfel decât adevărate. Aceste propoziții sunt **consecințele** celor dintâi.

De exemplu, propozițiile *Plouă* și *Dacă plouă atunci îmi iau umbrela* au drept consecință propoziția *Îmi iau umbrela*. Într-adevăr, dacă propozițiile *Plouă* și *Dacă plouă atunci îmi iau umbrela* sunt ambele adevărate, atunci și propoziția *Îmi iau umbrela* trebuie să fie adevărată. Nu se poate altfel, e necesar ca, dacă primele două propoziții sunt adevărate, cea de a treia să fie și ea adevărată.

Atenție! Logica nu ne spune că propozițiile *Plouă* și *Dacă plouă atunci îmi iau umbrela* sunt adevărate. Propoziția *Plouă* este adevărată dacă plouă. Dar logica nu ne spune dacă plouă sau nu. Logica ne spune doar că dacă se întâmplă ca propoziția *Plouă* să fie adevărată și totodată ca propoziția *Dacă plouă atunci îmi iau umbrela* să fie adevărată, atunci, în mod necesar, e adevărată și propoziția *Îmi iau umbrela*.

Această definiție a consecinței poate fi generalizată și dacă intervin și propoziții false, după cum se va vedea mai jos.

Să vedem cum stabilim consecințe logice în cazul propozițiilor construite cu conectorii logici definiți mai sus.

## Negația

Negația schimbă valoarea de adevăr a propoziției. Dacă propoziția  $P$  e adevărată (1), propoziția  $\neg P$  este în mod necesar falsă (0). Dacă propoziția  $P$  este falsă (0), atunci propoziția  $\neg P$  este în mod necesar adevărată (1).

Într-adevăr, dacă propoziția *Plouă* este adevărată (1), atunci propoziția *Nu plouă* este falsă (0). Dacă însă propoziția *Plouă* este falsă (0), atunci propoziția *Nu plouă* este adevărată (1).

Se poate raționa și reciproc: Dacă propoziția  $\neg P$  e adevărată (1), propoziția  $P$  este în mod necesar falsă (0). Dacă propoziția  $\neg P$  este falsă (0), atunci propoziția  $P$  este în mod necesar adevărată (1).

Reluând același exemplu, dacă propoziția *Nu plouă* este adevărată (1), atunci propoziția *Plouă* este falsă (0). Dacă însă propoziția *Nu plouă* este falsă (0), atunci propoziția *Plouă* este adevărată (1).

Toate acestea se văd în tabloul negației:

P	$\neg P$
1	0
0	1

Pe fiecare linie, valorile de adevăr ale propozițiilor  $P$  și  $\neg P$  sunt opuse.

**Dubla negație.** Să observăm că dacă negăm propoziția  $\neg P$ , propoziția obținută  $\neg\neg P$  va avea valori de adevăr opuse valorilor de adevăr ale propoziției  $\neg P$ , adică aceleași valori ca și propoziția  $P$ .

Propoziția *Nu e adevărat că nu plouă* e adevărată (1) dacă și numai dacă propoziția *Plouă* e adevărată (1). Propoziția *Nu e adevărat că nu plouă* e falsă (0) dacă și numai dacă propoziția *Plouă* e falsă (0).

## Conjunția

Privind tabloul conjuncției:

P	Q	$P \& Q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Observăm că propoziția  $P \& Q$  este adevărată (1) atunci și numai atunci când atât propoziția  $P$  cât și propoziția  $Q$  sunt adevărate (1) (prima linie din tablou). Prin urmare, cu ajutorul conjuncției putem raționa astfel:

Dacă propozițiile  $P$  și  $Q$  sunt ambele adevărate (1), atunci propoziția  $P \& Q$  este adevărată (1).

Dacă propoziția P este falsă (0), atunci propoziția P & Q este falsă (0).

Dacă propoziția Q este falsă (0), atunci propoziția P & Q este falsă (0).

Si reciproc:

Dacă propoziția P & Q este adevărată (1), atunci ambele propoziții P și Q sunt adevărate (1).

Dacă propoziția P & Q este falsă (0), atunci fie propoziția P este falsă (0), fie propoziția Q este falsă (0), fie ambele propoziții P și Q sunt false (0).

De exemplu, dacă propoziția *Plouă* e adevărată (1) și propoziția *Tună* e adevărată (1), atunci propoziția *Plouă și tună* e adevărată (1). Dacă propoziția *Plouă* e adevărată (1) și propoziția *Tună* e falsă (0), atunci propoziția *Plouă și tună* e falsă (0). Reciproc, dacă propoziția *Plouă și tună* e adevărată (1), atunci atât propoziția *Plouă* cât și propoziția *Tună* sunt ambele adevărate (1). Dacă propoziția *Plouă și tună* e falsă (0), atunci fie propoziția *Plouă* e falsă (0), fie propoziția *Tună* e falsă (0), fie ambele aceste propoziții sunt false (0).

## Disjuncția

Reluăm tabloul disjuncției:

P	Q	P V Q
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

De unde vedem că dacă propoziția P sau propoziția Q sau ambele sunt adevărate (1), atunci disjuncția P V Q este adevărată (1) (primele trei linii). Iar dacă ambele propoziții P și Q sunt false (0), atunci disjuncția P V Q este falsă (0) (ultima linie din tablou).

Raționăm astfel:

Dacă propoziția P e adevărată (1), atunci propoziția P V Q e adevărată (1);

Dacă propoziția Q e adevărată (1), atunci propoziția P V Q e adevărată (1);

Dacă propozițiile P și Q sunt ambele false (0), atunci propoziția P V Q e falsă (0).

Și reciproc:

Dacă propoziția P V Q e adevărată (1), atunci fie propoziția P e adevărată (1), fie propoziția Q e adevărată (1), fie ambele propoziții P și Q sunt adevărate (1).

Dacă propoziția P V Q e falsă (0), atunci ambele propoziții P și Q sunt în mod necesar false (0).

De exemplu, dacă propoziția *Copiii se joacă* e adevărată (1), atunci propoziția *Plouă sau copiii se joacă* e adevărată (1). Iar dacă propoziția *Plouă* e adevărată (1), atunci propoziția *Plouă sau copiii se joacă* e adevărată (1). Reciproc, dacă propoziția *Plouă sau copiii se joacă* e falsă (0), atunci atât propoziția *Plouă* cât și propoziția *Copiii se joacă* sunt false (0).

De asemenea, având în vedere că dacă disjuncția P V Q e adevărată (1) atunci cel puțin unul din disjuncții P și Q e adevărat (1), mai putem raționa în felul următor:

### Raționamentul disjunctiv:

Dacă propoziția P V Q e adevărată (1) și propoziția P e falsă (0), atunci propoziția Q e în mod necesar adevărată (1);

- Dacă propoziția  $P \vee Q$  e adevărată (1) și propoziția  $Q$  e falsă (0), atunci propoziția  $P$  e în mod necesar adevărată (1).

De exemplu, dacă propoziția *Plouă sau copiii se joacă* e adevărată (1) și propoziția *Plouă* e falsă (0), atunci propoziția *Copiii se joacă* trebuie să fie adevărată (1).

## Implicația

Reluăm tabloul implicației:

P	Q	$P \rightarrow Q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Să privim mai întâi implicația  $P \rightarrow Q$  și antecedentul  $P$ .

- **Afirmarea antecedentului:** Dacă implicația  $P \rightarrow Q$  este adevărată (1) și antecedentul  $P$  este adevărat (1), atunci consecventul  $Q$  este în mod necesar adevărat (1) (linia 1 din tabel).

De exemplu, dacă propoziția *Dacă merg la mare atunci înot* este adevărată (1) și propoziția *Merg la mare este adevărată (1)*, atunci propoziția *Înot* este în mod necesar adevărată (1).

Este important să observăm că propoziția *Dacă merg la mare atunci înot* spune ce se întâmplă dacă merg la mare și doar atât: dacă merg la mare, înot. Propoziția NU ne spune ce se întâmplă dacă NU merg la mare. Poate că dacă nu mă duc la mare nu înot. Dar poate că și dacă nu mă duc la mare înot – la bazinul olimpic din oraș, de exemplu. Dacă nu merg la mare, poate înot, poate nu înot, nu știm.

Așadar:

- Dacă implicația  $P \rightarrow Q$  este adevărată (1) și antecedentul  $P$  este fals (0), atunci consecventul  $Q$  poate fi adevărat (1) sau poate fi fals (0) (liniile 3 și 4 din tabel).

Exemplu. Presupunem că implicația *Dacă iau examenul, voi locui la Cluj* este adevărată (1). Dacă antecedentul *Iau examenul* este adevărat (1), atunci consecventul *Voi locui la Cluj* este în mod necesar adevărat (1) (linia 1 din tabel). Dacă însă antecedentul *Iau examenul* este fals (0), atunci consecventul *Voi locui la Cluj* poate fi adevărat (1) sau fals (0) (liniile 3 și 4 din tabel).

Pe de altă parte, să considerăm implicația  $P \rightarrow Q$  și consecventul  $Q$ .

- **Negarea consecventului:** Dacă implicația  $P \rightarrow Q$  este adevărată (1) și consecventul  $Q$  este fals (0), atunci antecedentul  $P$  este în mod necesar fals (0) (linia 4 din tabel).

De exemplu, dacă implicația *Dacă mă duc la mare înot este adevărată (1)* și consecventul *Înot* este fals (0), atunci antecedentul *Mă duc la mare* este fals (0) (linia 4 din tabel). Într-adevăr, după cum am văzut mai sus, dacă antecedentul *Mă duc la mare* ar fi adevărat (1), ar trebui ca și consecventul *Înot* să fie adevărat (1) (linia 1 din tabel), ceea ce nu e cazul, el e de la bun început fals (0).

- Dacă implicația  $P \rightarrow Q$  este adevărată (1) și consecventul  $Q$  este adevărat (1), atunci antecedentul  $P$  poate fi adevărat (1) sau poate fi fals (0) (liniile 1 și 3 din tabel).

Dacă implicația *Dacă mă duc la mare înot este adevărată (1)* și consecventul *Înot* este adevărat (1), atunci antecedentul *Mă duc la mare* poate fi adevărat (1) sau poate fi fals (0). Pentru că dacă mă duc la mare înot, dar poate că și dacă nu mă duc la mare înot. Din faptul că înot nu pot ști dacă mă duc la mare sau nu.

Regula pentru implicație este:

Adevărul (1) antecedentului P implică adevărul (1) consecventului Q (afirmarea antecedentului);

Falsul (0) consecventului Q implică falsul (0) antecedentului P (negarea consecventului);

Falsul (0) antecedentului P nu ne spune nimic despre consecventul Q;

Adevărul (1) consecventului Q nu ne spune nimic despre antecedentul P.

Încercați să înțelegeți și să rețineți aceste reguli de raționament privind implicația. Aplicarea lor corectă poate fi atutul vostru.

### Echivalența

Reluăm tabloul echivalenței:

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Dacă propoziția  $P \leftrightarrow Q$  este adevărată (1) și propoziția P este adevărată (1), atunci propoziția Q este în mod necesar adevărată (1).

Dacă propoziția  $P \leftrightarrow Q$  este adevărată (1) și propoziția Q este adevărată (1), atunci propoziția P este în mod necesar adevărată (1).

Dacă propoziția  $P \leftrightarrow Q$  este adevărată (1) și propoziția P este falsă (0), atunci propoziția Q este în mod necesar falsă (0).

Dacă propoziția  $P \leftrightarrow Q$  este adevărată (1) și propoziția Q este falsă (0), atunci propoziția P este în mod necesar falsă (0).

De exemplu, dacă propoziția *Înot dacă și numai dacă mă duc la mare* este adevărată (1) și propoziția *Mă duc la mare* e adevărată (1), atunci propoziția *Înot* este în mod necesar adevărată (1). Iar dacă propoziția *Înot dacă și numai dacă mă duc la mare* este adevărată (1) și propoziția *Mă duc la mare* e falsă (0), atunci propoziția *Înot* este în mod necesar falsă (0).

Din punctul de vedere al raționamentului, propozițiile echivalente P și Q pot fi înlocuite una cu cealaltă. Este ceea ce se întâmplă în algebra atunci când înlocuim egalitatea  $x = y$  cu egalitatea echivalentă  $x + 1 = y + 1$ . Putem face asta pentru că propozițiile  $x = y$  și  $x + 1 = y + 1$  sunt deodată adevărate (1) sau deodată false (0) – sunt echivalente, au aceeași valoare de adevăr.

Să observăm că propoziția *Este adevărat că plouă* și propoziția *Plouă* sunt deodată adevărate (1) și deodată false (0) – sunt echivalente. Astfel că putem înlocui întotdeauna în raționament propoziția *Este adevărat că plouă* cu propoziția *Plouă*. Sau propoziția *Este adevărat că merg la mare* cu propoziția *Merg la mare*. În general, putem înlocui întotdeauna în raționament propoziția *Este adevărat că P* cu propoziția *P*.

### Înlănțuirea propozițiilor în raționament. Demonstrația

Observația că propoziția *Este adevărat că P* este echivalentă cu propoziția *P* are consecința importantă că putem raționa cu ajutorul unor reguli de felul celor pe care le-am enunțat mai sus, fără să trebuiască să recurgem explicit la valorile de adevăr.

De pildă, în loc să spunem că dacă propoziția  $P$  e adevărată (1) și propoziția  $Q$  e adevărată (1), atunci propoziția  $P \& Q$  este adevărată (1), putem formula regula: din propozițiile  $P$  și  $Q$  **deducem** propoziția  $P \& Q$ . La fel, din propozițiile  $P$  și  $P \rightarrow Q$  **deducem** propoziția  $Q$ . Și așa mai departe. Exprimare alternativă: propoziția  $P \& Q$  este **deductibilă** din propozițiile  $P$  și  $Q$ , propoziția  $Q$  este **deductibilă** din propozițiile  $P$  și  $P \rightarrow Q$ .

Dacă revedem cele discutate până acum, putem formula următoarele **reguli de deducție**, unde din propozițiile aflate deasupra liniei orizontale (**premise**) deducem propoziția aflată sub linia orizontală (**concluzia**):

negația	$P$	$\neg\neg P$		
	$\neg\neg P$	$P$		
	dubla negație			
conjuncția	$P$	$P \& Q$	$P \& Q$	$P \& Q$
	$Q$			
	$P \& Q$	$P$	$Q$	
disjuncția	$P$	$Q$	$P \vee Q$	$P \vee Q$
	$P \vee Q$			
		$Q$	$\neg P$	$P \vee Q$
			$Q$	$P$
	raționamentul disjunctiv			
implicația	$P \rightarrow Q$	$P \rightarrow Q$	$\neg Q$	$\neg P$
	$P$			
	$Q$			
	afirmarea antecedentului	negarea consecventului		
echivalența	$P \leftrightarrow Q$	$P \leftrightarrow Q$	$Q$	$P$
	$P$			
	$Q$			

Regulile de mai sus pot fi aplicate succesiv, după necesități.

De exemplu, ni se dau premisele:

1. E zi sau e noapte
2. Dacă e noapte, aprind lumina.
3. Dacă aprind lumina, pot să citesc.
4. Nu e zi.

Și ni se cere să deducem concluzia:

Pot să citesc.

Din 1 și 4 deducem că e noapte (raționamentul disjunctiv). Din 2 deducem apoi că aprind lumina (afirmarea antecedentului), iar după aceea din 3 că pot să citesc (afirmarea antecedentului, din nou).

Putem formaliza acest raționament:

Notăm

- $P = e \text{ zi};$
- $Q = e \text{ noapte};$
- $R = \text{aprind lumina};$
- $S = \text{pot să citesc}.$

Premisele devin:

1.  $P \vee Q$
2.  $Q \rightarrow R$
3.  $R \rightarrow S$
4.  $\neg P$

iar concluzia este S.

Din  $P \vee Q$  (premisea 1) și  $\neg P$  (premisea 4), deducem Q (prin raționament disjunctiv). Din Q și  $Q \rightarrow R$  (premisea 2), deduc R (prin afirmarea antecedentului), iar din R și  $R \rightarrow S$  (premisea 3) deducem S (afirmarea antecedentului, din nou).

Raționamentul care constă dintr-o asemenea succesiune de aplicare a regulilor de deducție, formalizate sau nu, se numește **demonstrație**.

Găsiți exemple de **demonstrații** în exercițiile V din iulie și septembrie 2019.

### Propoziții deductibile, consistente, inconsistente

**Consistență, inconsistență.** O propoziție logică (simplă sau compusă) este **consistentă** dacă **poate fi adevărată** (1).

Exemple: propoziția simplă *Plouă* poate fi adevărată (1) (dacă, într-adevăr, plouă). Propoziția *Merg la mare sau merg la munte* poate fi adevărată (1) (dacă, într-adevăr, merg la mare sau dacă merg la munte). Cele două propoziții, *Plouă* și *Merg la mare sau merg la munte* sunt **consistente**.

Propoziția compusă *Plouă și nu plouă* nu poate fi adevărată. Este o conjuncție (și), care e adevărată (1) doar dacă ambii conjuncți, *Plouă* și *Nu plouă*, sunt adevărați (1). Ceea ce nu e cazul. Așadar propoziția compusă *Plouă și nu plouă* este **inconsistentă**.

Două sau mai multe propoziții sunt **consistente** dacă pot fi deodată adevărate (1).

De exemplu, propozițiile *Plouă*, *E zi*, *Mă plimb* sunt **consistente**: dacă e zi, plouă și mă plimb, toate cele trei propoziții sunt adevărate (1) deodată. Dar propozițiile *Plouă* și *Nu plouă* nu pot fi deodată adevărate (1), sunt așadar **inconsistente**.

**Deductibilitate.** Dacă ni se dau una sau mai multe propoziții  $P_1, P_2, \dots, P_n$  și o propoziție Q, propoziția Q este **deductibilă** din propozițiile  $P_1, P_2, \dots, P_n$  dacă, atunci când toate propozițiile  $P_1, P_2, \dots, P_n$  sunt adevărate (1), propoziția Q este în mod necesar adevărată (1).

De exemplu, propoziția Q este **deductibilă** din propozițiile  $P \rightarrow Q$  și P. Într-adevăr, dacă propozițiile P și  $P \rightarrow Q$  sunt adevărate (1), atunci propoziția Q este în mod necesar adevărată (1) (afirmarea antecedentului). Astfel, dacă propozițiile *Dacă plouă atunci îmi iau umbrela* și *Plouă* sunt ambele adevărate (1), atunci propoziția *Îmi iau umbrela* este adevărată (1). Adică propoziția *Îmi iau umbrela* este **deductibilă** din propozițiile *Dacă plouă atunci îmi iau umbrela* și *Plouă*.

În mod analog, propoziția  $\neg P$  este **deductibilă** din propozițiile  $P \rightarrow Q$  și  $\neg Q$  (negarea consecventului). Propoziția *Nu merg la piscină* e deductibilă din propozițiile *Dacă merg la piscină înot* și *Nu înot*.

Dar din propozițiile  $P \rightarrow Q$  și Q nu e **deductibilă** propoziția P. Într-adevăr, e posibil ca propozițiile  $P \rightarrow Q$  și Q să fie adevărate (1) și propoziția P să fie falsă (0) (linia 3 din tabelul implicației). Propozițiile *Dacă merg la mare înot* și *Înot* pot fi adevărate (1) fără ca propoziția *Merg la mare* să fie adevărată (nu merg la mare și înot la piscină, de pildă). Propoziția *Merg la mare* nu e **deductibilă** din propozițiile *Dacă merg la mare înot* și *Înot*.

În sfârșit, propoziția P e **deductibilă** din propoziția  $P \& Q$ , dar propoziția P nu e **deductibilă** din propoziția  $P \vee Q$ . Într-adevăr, dacă propoziția  $P \& Q$  e adevărată (1), atunci propoziția P e în mod necesar adevărată (1) (tabelul conjuncției, linia 1). Dacă însă propoziția  $P \vee Q$  e adevărată (1), se poate ca propoziția P să fie adevărată (1) (liniile 1 și 2 din tabloul disjuncției) sau să fie falsă (0) (linia 3 din

tabloul disjuncției). Propoziția *Înot* e **deductibilă** din propoziția *Înot și alerg*, dar **nu e deductibilă** din propoziția *Înot sau alerg*.

**Observația 1.** O propoziție e **deductibilă** din alte propoziții. Pentru a dovedi deductibilitatea, facem apel la valorile de adevăr, adevărat și fals. Dar propoziția rămâne a fi deductibilă din propoziții și nu din adevărul propozițiilor, din propoziții și nu din valoarea de adevăr a propozițiilor. Veți găsi în textul problemelor exprimarea *concluzie dedusă din adevărul afirmațiilor inițiale*. Formularea e lipsită de acuratețe. Corect: *concluzie dedusă din afirmațiile inițiale*.

**Observația 2.** Dacă ni se dau una sau mai multe propoziții  $P_1, P_2, \dots, P_n$  **inconsistente**, atunci, adăugând încă o propoziție  $Q$  la acestea, propozițiile  $P_1, P_2, \dots, P_n, Q$  rămân **inconsistente** (dacă propozițiile  $P_1, P_2, \dots, P_n$  nu pot fi deodată adevărate, atunci nici propozițiile  $P_1, P_2, \dots, P_n, Q$  nu pot fi deodată adevărate). Pe de altă parte, dacă propozițiile  $P_1, P_2, \dots, P_n$  sunt **inconsistente** atunci orice propoziție  $Q$  e **deductibilă** din acestea (pentru că propozițiile  $P_1, P_2, \dots, P_n$  nu pot fi deodată adevărate).

**Regulă.** Dacă ni se cere să arătăm că o propoziție  $Q$  e **deductibilă** din propozițiile  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , atunci verificăm prima dată dacă propozițiile  $P_1, P_2, \dots, P_n$  sunt **inconsistente**. Dacă propozițiile  $P_1, P_2, \dots, P_n$  sunt inconsistente, atunci, așa cum am observat mai sus, orice propoziție e deductibilă din acestea. Prin urmare, dacă propozițiile  $P_1, P_2, \dots, P_n$  sunt **inconsistente**, propoziția  $Q$  e **deductibilă** din acestea. Dacă însă propozițiile  $P_1, P_2, \dots, P_n$  sunt **consistente**, atunci va trebui să **demonstrăm** că propoziția  $Q$  e **deductibilă** din aceste propoziții.

**Raționament.** Să formalizăm o noțiune pe care deja am folosit-o de mai multe ori: un **raționament este alcătuit dintr-un număr finit de propoziții**  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , numite **premise**, și o propoziție  $Q$ , numită **concluzie**. Avem mai multe exemple de raționament mai sus.

**Validitate.** Un **raționament** cu premise  $P_1, P_2, \dots, P_n$  și concluzie  $Q$  este **valid** dacă concluzia  $Q$  este **deductibilă** din premisele  $P_1, P_2, \dots, P_n$ .

Cu alte cuvinte, un **raționament** este **valid** dacă ori de câte ori **premisele** sale  $P_1, P_2, \dots, P_n$  sunt **adevărate** este în mod necesar **adevărată** și concluzia sa  $Q$ .

**Exemplu.**

Premise:

$P_1$  = Plouă sau e soare;

$P_2$  = Nu plouă.

Concluzia:

$Q$  = E soare

(Recunoaștem raționamentul disjunctiv.)

**Observația 3.** În teste veți găsi termenul de **concluzie validă**. Este vorba de concluzia unui **raționament valid**, adică de faptul că acea concluzie este **deductibilă** din premisele date. Este un limbaj nestandard, **validitatea** fiind de fapt o proprietate a **raționamentului**, anume proprietatea raționamentului de a avea o **concluzie deductibilă din premise**. Din fericire, termenul nestandard este definit în enunțul exercițiilor așa că putem lucra cu el ca atare.

**Condiții necesare și condiții suficiente.**

Să considerăm două propoziții,  $P$  și  $Q$ , astfel încât propoziția  $Q$  e **deductibilă** din propoziția  $P$ . (Dacă  $P$ , atunci  $Q$ .) Aceasta înseamnă că ori de câte ori propoziția  $P$  este adevărată, propoziția  $Q$  este în mod

necesar adevărată. De exemplu, propoziția Q (*strada e udă*) este **deductibilă** din propoziția P (*plouă*). Ori de câte ori e adevărat că *plouă*, e adevărat că *strada e udă*. (Dacă *plouă*, atunci *strada e udă*.)

În această situație, când din propoziția P este **deductibilă** propoziția Q, mai spunem și că:

- propoziția P este o **condiție suficientă** pentru propoziția Q: e *suficient să plouă* (P) pentru ca *strada să fie udă* (Q);
- propoziția Q este o **condiție necesară** pentru propoziția P: dacă *plouă* (P) e *necesar* ca *strada să fie udă* (Q).

Mai simplu și echivalent, dacă implicația  $P \rightarrow Q$  este adevărată, atunci P este **condiție suficientă** pentru Q, iar Q este **condiție necesară** pentru P.